QVADRATVRA PARABOLAE PER SIMPLEX FALSVM.

Et altera quàm secunda Archimedis expeditior

AD MARTIVM COLVMNAM.

Lucæ Valerij

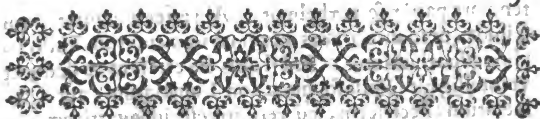
MATHEMATICAE ET CIVILIS Philosophiæ, in almo Vrbis gymnasio publici professoris.



ROMAE,

Apud Lepidum Facium. M. DCVI.

SVPERIORVM PERMISSV.



MARTIO COLVMNAE

ZAGAROLI DVCI.



Lucas Valerius. S. P. D.



OSTRA etiam ætas, inclyte MARTI COLVMNA, ſapientiæ amicos habet ſanguine & opibus claros, quibus glorietur. Sed vt nihil ex omnibus inuidioſius eſt virtutis partu; ecce his exemplo ſuo de omni genere hominum optimè meritis, odium pro gratia, maledicta pro laudibus referuntur ab ijs, qui cruciantur ad ſui ſimiles furtuna pertinere totius humanitatis principatum. Conſona igitur ſuis iudicijs verba faciunt. Principem patrem familias nihil ſapere, qui ſuos liberos literis excultos velit. à natura inditam ſanguini nobili ſcientiam eſſe imperandi. itaque ſe illiteratos non impudenter ſolum, ſed & (quod ſibi per me felix fauſtumque ſit) glorioſè profitentur. Alij corporis viribus diffiſi, mortemque mortis fuga maturantes, quibus ſpurcis ſe inuoluunt voluptatibus, ijs quoniam ſui diſſimiles quaſi maximis bonis carere exiſtimant, eos tamquam fatuos, & qui viuere neſciant inſectantur. Sed his magis ignoſco. tantum enim vitæ auidi, ſi minus Ariſtoteles, aut Platones tranquillo, Mutios, credo, aut Horatios turbido

tempore patriæ se præbebunt. Alij alter insaniunt, qui sciolos quosdam artifices inutilium figmentorum Philosophos esse arbitrantur. Sed si quis ita errantes eò deducat vt intelligant, Philosophiam non Empusarum, aut Chimerarum effectricem, sed veritatis esse indagatricem; facilè ad sanitatem reuocentur. Ex quibus enim duobus falsum inferunt, alterum est, quòd philosophi nomen ijs tribuunt, qui in illud inuaserint: alterum sapienter statuunt; qui rationis specie identidem se ipsos fallunt, ab ijs non esse rerum gerendarum rationes expectandas. Quo circa memini me iam pridem ex te audire, cum diceres; scientiam syllogismi, atque ciuilem viris principibus ferè esse necessariam: ne in negotijs grauissimis turpiter decipiantur, cum à sua propria inscitia, tum à stultis, quibus eorum pars magna delectatur, aut pecunia corruptis consiliarijs. Hoc dictum quis refellat? tam enim in deliberationibus, quàm in contemplatione, subtilissimæ sunt erroris causæ, vt iam in lucem editis prauæ actionis portentis, quid corrigendum, quid præcauendum sit, ne quid simile aliàs accidat, difficile sit iudicare, ac constituere. Liceat igitur istis suo iudicio felicibus illiteratis, cum garrulos quosdam inanis gloriolæ, non veritatis auidos audierint eltercantes, veluti de ternis nucibus, sint senæ in ijs nec ne? tum de nescio quo tertio præter rem & nihil: tum de infinito spatio extra Cœli ambitũ, longitudinis, & latitudinis, & altitudinis, corporis naturę experti: liceat inquã, tũc istis cachinnari. at philosophis desinãt insultare: nec furant adeo vt prædicent, Philosophiam sui studiosos reddere in cõgressibus rusticos, in negotijs gerendis planè nullos. multorum enim illustrium, ac principium virorum, & veteris, & nostræ ætatis exemplis coarguentur: vt intelligant cuius Philosophiam accusant, id non illius, sed malorum ingeniorũ, peiorisque institutionis esse crimen. Ea enim ętas est adeo superba & inuida, vt ne parentes quidem filijs vllo in

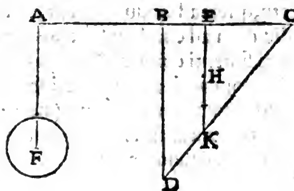
gene-

genere vt plurium patiantur se videri inferiores. In librum epistola euaderet, si quàm multis,& varijs inimicitijs nunc literæ efflictentur recenserem, nec vnas, aut alteras attingere voluisse,vt meo stomacho in iam non excusata,sed collaudata potentium amentia cognito, sapientiā tuam esse illam facem itelligeres,quę me ad te amandum, & prædicandum semper incitauit. O te felicem. quantas Deo Opt. Max. gratias agere oportet. quòd eam sententiam paternis, & maternis institutis, & tua indole biberis, vt malueris tua propria quàm hæreditaria fama,ijsque animi ornamentis collucere, quibus autores istos stultitiæ nobilitandæ ridiculos, eorumque autorinatem irritam facis. quòdque in tantis honoribus, & copijs, quæ plurimam mentem excæcant, percipere potueris, quàm absurdum sit dedecus oobilitaris inscitia, virilisque ætatis infantia. Næ tu maiorum tuorum vestigijs fortiter institisti, qui Caij Cæsaris, Magni Alaxandri labores, & vigilas maluerunt, quàm istorum homuncionum aspersam labem auitis laudibus desidiam imitari: inuidiamque apud vulgus nobilium, non vitiorum similitudine fugiendam, sed virtute vincendam censuerunt: tantoque attentius boni nominis quàm generis perpetuitatem spectauerunt;vt suis liberis statuerēt,aut ingenuos labores impuberibus morte præcidendos, aut perpetuam sapientiæ, & fortitudinis gloriam obtinendam. nàm quæ alijs multis angusti animi errore, arma & literæ in eodem non satis benè videntur conuenire, ijs in vtrisque excellere, illustriaque romanæ nobilitatis exempla esse voluerunt. Omninò vestri generis est, semperque fuit, cum armis, triumphis, ac tropheis musas coniungere, antiquos illos patrios imperatorios spiritus retinere: utque columnæ proprium artificij specie, & firmitate domum, ita Columniæ domus est hanc Vrbem orbis terrarum principem, scientia,& virtute ornare, ac sustentare. Talibus igitur ac tantis ve-

stris

ſtris in bonas artes meritis, memoria, carmine, omnium hominũ ſermone celebratis; & ſi ego nõ is eſſem à quo tu mathematicas diſciplinas olim percepiſſes, & quicũ familiariter de omni philoſophia diſſerere ſolitus eſſes, cũ à te domi tuæ humaniſſimè, atque honeſtiſſimè tractarer, tuiſque, & tui patrui Marci Antonij Cardinalis ampliſſimi beneficijs cumularer: tua tamen dignitas, & meus animus exigeret, vt aliquo munuſculo aliquando meũ in te amorẽ, eximiamq; obſeruãtiam illuſtrarem. Opuſculũ igitur iſtud, quod maxime iam mihi erat in prõptu, tibi dicatũ quæſo ne aſpernetis. malui mihimet minus ſatisfacere, quã tuæ humanitati diffidere, meæq. apud te gratiæ, & grati animi famam retardare. Antequã autem ad lectionem illius animum applices, quæ me inanis opinio ad id impulerit, vti per plana grauia parabolã in quadratũ redigerem aliter atque Archimede, & quibus rationibus meam ſententiam, pace illuſtrium quorumdam Mathematicorum, qui in eam venerant repudiauerim, quoniam ſcias ante oportet; cum tibi commodum fuerit, epiſtolę pars reliqua ſtylo rebus ſubtilibus accomodo, ideſt preſſo, & perſpicuo palàm fecerit. Nã ſi quã Archimedes rationẽ primam attulit ad quadrandam parabolam bene cõſideretur, cum ea ex abſurdo recta ſyllogiſmorum ſerie concludatur, nulla eſſe videbitur. neque enim poſſunt plures rectæ lineæ à grauium ſponte cadentium centris grauitatis deſcriptæ *eidem finienti* inſiſtere ad perpendiculum, cum omnia grauia ad medium terreſtris globi tẽdere ſit exploratum. quòd ſiquis negare audeat, falſum illud fundamẽtum, Archimedis rationi eſſe ſubſtructum, is perperam accipi intelligat neceſſe eſt, triangulum B D C à punctis B C ſolutum, ac ſuſpenſum in vno puncto E manere vt antea: ſed motum iri quoad punctum H, centrum grauitatis trianguli B D C, ſit in eo perpendiculo, quod ex puncto E pertinet ad centrum Terræ, rectaque linea E K cum ipſa B D concurrat, ſi vtraque

ſit infinita. Nã ſi trianguli BDC in puncto E ſuſpenſi centrum grauitatis manſerit in eadem recta linea, quæ manans à puncto E inſiſtit finienti ad perpendiculum; cum igitur ipſa B D, producta eidem finienti inſiſtat ad perpendiculũ,



vtpote à linea E K, æque diſtans, qui poteſt ab hoc falſo demoſtratio Archimedis expediri? Simili igitur dubitatione veritus ne mea demoſtratio grauibus planis innixa premeretur; primum eò confugi, vt oſtenderem nullum eſſe abſurdum, quamlibet figurã planã eſſe grauẽ, haud proprio pondere, ſed ſolidi cuiuſdã recti per ſe grauis, cuius ea ſuperficies eſſet ſectio à duplici termino plano æqualibus remota ſpatijs vndequaque. Planę igitur figuræ grauis adminiculo, grauis inquam non quaſi proprio pondere, neque alieno, ſed ab vtroque cogitatione ſeiuncta, in qua nullus eſt error, cum ea nihil affirmetur, aut negetur, tanquam per fretum ſiculum ad quadrandam parabolam animum appuli. Videbam enim inter omnes philoſophos conuenire, nihil ex falſo planè ad veritatem poſſe demonſtrari; præterquam quæ veri locum tenere idcirco patimur, vt mox notiſſimis, quæ pepererint abſurdis perimantur. His rationibus quieti viri quidam doctiſſimi mihi ignoſcebant quòd hoc opuſculum, Veram per plana grauia parabolæ quadrationem inſcripſiſſem: iamque ita inſcriptam exire permiſiſſem, niſi ante vt ſoleo veri demoſtrationem

quæſi-

quæsiuissem. Cognito igitur magna mea cum lætitia nullam ex illo absurdo Archimedi iacturam accidisse; recepi me,atque ita coercui,vt libellum inscriberem,Quadrationem parabolæ per simplex falsum. Nam Archimedes præter figuræ planæ grauitatem,aliud sumit absurdum difficilius intellectu,quemadmodum scientiæ conducat multiplex propendiculum ad eundem finientem pertinere;cum reuera vnum vni finienti conueniat perpendiculum. Sed vt Archimedis rationem ab omni suspicione erroris vindicemus, nostramque vnà confirmemus (non enim vereor, ne quæ distinctius dicuntur tibi spinosa sint,aut iniucunda) sit primum huis negotij fundamentum.

PROPOSITIO. I.

Si qualibet figura plana grauitatem acciperet, tanta esset, quanta si nullam grauitatem accepisset.

Sumamus hic exempli gratia quadratum bipedale, quod voco A. Quoniam igitur si quadratum hoc A,pondus acciperet; idem esset quadratum, quod nunc est: at nunc quadratum A, nihil est aliud quàm superficies plana, quatuor restis lineis ad rectos inter se angulos comprehēsa certæ mensuræ; graue igitur quadratum A, tantundem esset, quantum nunc est omnis ponderis expers, nimirum bipedale. Quemadmodum si quis homo animo albesceret, is perçque esset animal, atque ante fuisset cum animo non esset albus homo enim non aliud est, quam animal rationis particeps. Altera etiam propositio est per se nota: si enim verum sit, A fieri, vel factum esse ex non albo album; verum illud consequitur; A iam factum album, vel albescens idem esse A,quod ante erat. manifestum hoc autem ex generali definitione eius quod est certam quam-

piam

piam rem fieri, vel factam esse aliquid; velut si Cæsar fiat, vel factus sit orator: illa enim definitio, quam Aristoteles in physicis optimè expressit, significat permanere id, quod fit aliquid, non autem interire. Quòd autem, si figura quadrata grauis fieret, ea corpus esset non amplius superficies, nec ergo tanta quanta fuisset antequam grauis fieret: genere enim differentium magnitudinum, genere differentes sunt mensuræ: hoc non facessit negotium demonstrationi, sed materiam arguit falsitatis, qua non vtimur, nulla siquidem his verbis. Si quadratum A sit ponderosum, veritas affirmatur, aut negatur: quemadmodum neque his. Sit quadratum A graue, dicimus, sed facimus quadratum A esse graue. His iactis fundamentis facilis est demonstratio istius alterius dicti.

PROPOSITIO. II.

Si quælibet duæ magnitudines eiusdem generis graues fierent; eandem inter se haberent proportionem, quam ante grauitatem habuissent.

Sint quælibet duæ magnitudines eiusdem generis graues factæ A B. Dico nunc A, & B, eandem inter se habere proportionem, quam habebant priusquam graues euaderent. Aliæ enim duæ magnitudines C D, non graues, eiusdem tamen generis cum ipsis A B, fuerint ijsdem æquales quo tempore neque illæ graues erant: fueritque æqualis C ipsi A, & D, ipsi B. Quoniã igitur tunc A æqualis erat C, & B ipsi D, erat vt A ad C ita B ad D, & permutando igitur, vt A ad B ita erat C ad D. Rursus, quoniam magnitudo A facta grauis tanta est, quanta erat



antea: sed ante eadem A ipsi C æqualis erat; ergo & nunc A ipsi C æqualis erit. Similiter ostenderemus, B nunc grauem magnitudinem, ipsi D æqualem esse. quamobrem & vt A ad C ita B ad D: & permutando, vt C ad D ita A ad B: sed vt C ad D ita erat A ad B antequam graues fierent: vt igitur tunc erat A ad B ita est nunc A ad eandem B, si ijs contingat vt habeant grauitatem. Manifestum est igitur propositum.

Iam vero hoc demonstrato nullum fore arbitror, cui non quadratio nostra satisfaciat, quasi vero nihil aliud demonstremus, quàm si superficies planæ graues essent, tunc parabolam fore sesquitertiam trianguli eandem ipsi basim, & eandem altitudinem habentis, si extremę demonstrationi talis syllogismus additus intelligatur. Omnis parabolæ ad triangulum super eandem basim, eiusdemq; altitudinis cũ ipsa, eadem est proportio, quæ esset, si superficies haberet grauitatem. Sed si superficies haberet grauitatẽ, tunc parabola illius trianguli esset sesquitertia. Omnis igitur parabola erit illius trianguli sesquitertia. Prioris propositionis veritas manifesta est ex eo, quod generaliter proximè demonstrauimus: posterior autem nono istius libelli capite concluditur. Non igitur ex illo absurdo tanquam principio ratio nostra deducitur, sed tantummodo ex veris, & necessarijs: vtraque enim propositio, & vera, & necessaria est: grauis autem superficies ad syllogismum pertinet, non quasi propositio, sed eius materia, pars inquam illa prior, quæ datur vt concessa, non asseritur. Tota autem ipsa propositio vera est, & necessaria: sicut vera illa oratio est; si lapis esset volucris, volare posset: cum lapidem volucrem esse in ea non affirmetur.

Hoc modo explicito, ad illum alterum proprium Archimedis, quem initio proposui multo difficiliorem, simili via dissoluendum aggredior, ostensurus quemadmodum ad quadrandam parabolam vim afferat, duplex perpendi-

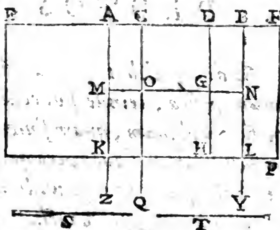
culum ad eundem finientem pertinere. Sit igitur huius negotij primum fundamentum.

PROPOSITIO. III.

Si duo qualibet grauia eiusdem generis extra suum locum posita, deinde sibi relicta in eandem aliquam superficiem planam, quam finientem appello, caderent ad perpendiculum: duo vero qualibet grauia eiusdem generis suspensa non secundum sua centra grauitatis in terminis cuiusdam rectæ lineæ, quæ libra dicitur, in vno puncto, quod in ea sit, detentæ, ita vi proprij ponderis grauarent libram, vt ea æqualiter distaret à finiente: ea grauia inter se eandem, quam brachia libræ haberent proportionem; si qui ad contrarias partes attinent proportionis termini, antecedentes, & consequentes inter se comparentur. Brachia autem libræ dicimus duas illas partes, quæ inter punctum, in quo libra suspensa est, & terminos interijciuntur.

Sint duo plana grauia S, T, & recta linea A B, quæ libra dicitur, in plano ad finientem erecto. Talis autem omnium grauium natura esse fingatur, vt si eorum quoduis à quolibet sublimi loco ceciderit, incidat finienti ad perpendiculum: id est, ita vt grauis cadentis centrum grauitatis rectam lineam describat, quæ occurrat finienti ad rectos angulos. Hoc proposito absurdo tanquam vero, sit recta A B sublimis à finiente æquè distans, cuius pars B C sit ad reliquam

liquam A C vt S ad T. Sitque detenta A B in puncto B circa ipsũ nobilis. Dico si graue S suspendatur inpuncto A, & graue T in puncto B non secnndum sua centra grauitatis, sed alia singula singulorum puncta, neutrum victurum, libramque A B vt nunc mansuram. Nam si grauia ST inter se sint æqualia se; quoniã vt S ad T ita fecimus esse B C ad C A, constabit propositum. æqualia enim erunt brachia A C C B: æque autem grauia in brachiorum æqualium libræ terminis suspensa secundum singula quælibet eorum puncta æqualem vim habitura, si omnia grauia vndecunq. ad eandem aliquam superficiem planam caderent ad perpendiculum, censeo tanquam dignitatem concedendam. Sin autem grauia S T sint inæqualia, sit eorum maius S. Quoniam igitur vt S ad T ita est B C ad C A, erit quoque B C maior quam A C. à maiori B C abscindatur B D ipsi A C æqualis, & sit dupla D B F ipsius B D, & D A E ipsius D A. Iam vero ad lineam AD in plano, quod supradiximus, ad finientem erecto, applicetur rectangulum ADGM æquale quartæ parti ipsius S. & facta DGH dupla ipsius DG, describantur rectangula B D G N, E H, HF, hoc est totum rectangulum E P: & A D H K, D B L H, & C A M O, vel C D G O, & rectæ A M K, C O, D G H deorsum productæ occurrant finienti in punctis E Q y, occurent autem ipsi ad rectos angulos, quippe æquè inter se distantes, & ipsi A B à finiente æqualiter distanti positę ad rectos angulos. eritque iam duplex perpendiculum A Z, B y. Quoniam igitur est vt B C ad C A, hoc est AD ad DB, hoc est rectangu-



lum AG ad rectangulum GB ità graue S ad graue T:& rectangulum AG est ipsius S parsquarta; erit & rectangulum GB ipsius T pars quarta:sed rectæ AK, BL, diuidunt latera opposita rectangulorum EH, HF bifariam, ipsæ autem AK, BL sunt bifariam sectę in punctis MN; rectangulum igitur EH spatio S,& rectangulum HF spatio T æquale erit, & M centrum grauitatis rectanguli EH, & N rectanguli HF. Quoniam igitur est vt BC ad CA, ita NO ad OM propter rectangula: & vt BC ad CA itarectan gulũ EH,ad rectangulũ FH; erit vt NO ad OM,ita rectangulum EH,ad rectangulnm FH. Cum igitur M sit centrum grauitatis rectanguli EH, & N rectanguli FH; erit totius rectanguli EP centrum grauitatis O, ex ijs, quæ demonstrauimus in primo libro de cent. gra. solid. Quoniam igitur vnaquęque trium rectarum linearum AMZ, COQ BNy est perpendiculum: si autem cuiuslibet grauis suspensi in vno puncto pnnctum suspensionis, & centrum grauitatis sint in eodem perpendiculo, maneat necesse est, vt Archimedes asserit se demonstrasse, & infra nos demonstrabimus; fit vt si rectangulum EP sit suspensum in vno puncto C, maneat vt nunc: similiter si diuiso rectangulo EP in duo rectangula EH, HF, suspensa autem ea sint in singulis punctis AB, rectangula EH, HF vt nunc manebunt: quamobrem nec circa puncta AB mutabunt situm: sed nec vllo alio modo, vt pote quæ à libra AC in ipsius terminis AC detinentut. rectangula igitur EH HF quædam causa integra composita ex duabus, quarum altera sunt centra grauitatis MN, altera libra AB detinens, sic tenebit contigua, vt seruent eundem situm, quem habebant in rectangulo EP antequam illud in ea diuideretur: post diuisionem igitur idem O punctum erit duorum trian gulorum EH HF simul, ita vt nunc coniunctorum centrũ grauitatis, quod erat totius EP rectanguli priusquam diuideretur:per dignitatem scilicet similem eius, quam posuimus in

musin

mus in calce illius libelli. Rectangula igitur EH HF suspensa in punctis A C, quæ nō sunt torū centra grauitatis, stantibus ijs, quæ principio diximus, æquabunt libram, idest, manebit libra A B, vt nunc incidens in perpendiculum C Q ad rectos angulos. Cum igitur graue S sit æquale rectangulo E H, & graue T rectangulo F H: si pro rectangulo E H ad punctum A, suspendatur graue S: & pro rectangulo F H ad punctum B, graue T suspendatur ex singulis eorum punctis, quorum neutrum sit centrum grauitatis, grauia S T perinde æquabunt libram: per dignitatem similem cuidam ex ijs, quas proposuimus in primo libro de centro grauitatis solidorum, tendens enim deorsum graue S per A Z perpendiculum tantundem brachium A C grauabit in puncto A, quantum grauabat rectangulum E H: & tantum graue T deorsum tendens per A y perpendiculum, brachium B C grauabit in B puncto, quantum grauabat rectangulum F H, ob ponderum æqualitatem. Sed vt B C ad C A ita est spatium S ad spatium T. Constat igitur propositum. At vero si cuiuslibet grauis centrum grauitatis, & punctum suspensionis sint in eodem perpendiculo, graue mansurum dignitate illa concessa. Nullum graue naturaliter ascendere, ita demonstrabimus.

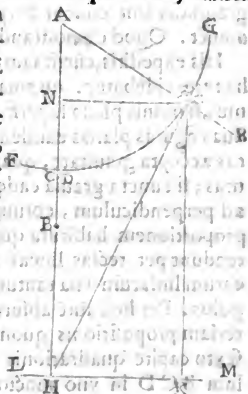
LEMMA.

Sit graue A B suspensum in puncto A, quod non sit eius centrum grauitatis: sit autem grauis A B centrum grauitatis C, quod quidem, & punctum suspensionis A sint in eodem perpendiculo A H: & punctum perpendiculi, cui congruit

C sit

C sit D. Voco autem perpendiculum hic generaliter rectam lineam, quam describit grauis naturaliter moti centrum grauitatis. Dico graue A B manere vt nunc.

Nisi enim manserit, moueatur aliquantisper: iamq. sit punctũ C extra perpendiculũ A H in alio pũcto E, perpũcta autem D E posita in plano transeunte per A H, transeat circulus F D G, cuius centrum erit A, æquales enim rectæ lineæ sunt A D A E, & recta E K insistat finienti ad rectos angulos: quamobrem si graue vndecumq. cadat naturaliter, eius centrum grauitatis necessario describit rectam lineam insistentem finienti ad rectos angulos, vt fingit Archimedes erit recta linea E K vnum ex infinitis perpendiculis. At si, quod perspicuum est, sit vnum pũctum ad quod omnium grauium vndecumq. cadentium centra grauitatis diriguntur, quod sit H; ducatur recta E H. Quoniam igitur tres rectæ lineæ A E A D H, E H sunt in eodem plano: duæ vero A E, A D H in plano circuli F G; erunt tres lineæ A E, A H, H E in plano circuli F G ad finientem erecto, eo nimirum, quod transit per A H insistentem finienti ad rectos angulos. Quoniam igitur à puncto A extra circulum F G cadunt in eius terminum duæ rectæ H D, H E, quarum H E producta transit per centrum A; erit H E maior quam H D: graue igitur A B tetendit sursum, naturali-



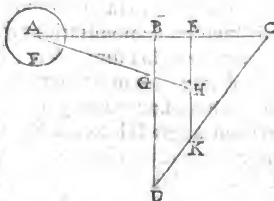
raliterque ascendit, quod est absurdum. Rursus ducta E N ad A H ad rectos angulos, quoniam rectæ E K, N H insistũt finienti LM ad rectos angulos, ęquè inter se distabũt: coniungit autem eas recta S N ad rectos angulos; æquales erunt rectæ N H, E K. sed N H est maior quam D H, quia punctum N in diametro est D A; ergo & E K erit maior quam D H. graue igitur A B motum erit naturaliter sursum, secundum centrum grauitatis C. Quod est absurdum. Si igitur punctum suspensionis, & centrum grauitatis sint eodem perpendiculo, graue suspensum manet. Quod demostrandum erat.

His expeditis, currit iam Archimedis demonstratio, quæ hærere videbatur. quæmadmodum enim supra ostendimus, si omnis plana superficies grauis fieret, quascumque duas figuras planas eandem inter se proportionem habituras accepta grauitate, quam abiecta: similiter ostenderemus; si cuncta grauia caderent vndecumq. eidem finienti ad perpendiculum; eorum quælibet duo eandem inter se proportionem habitura quam nunc habent, cum omnia tendunt per rectas lineas in idem pactum, quamobrem earum liniarum vna tantum insistit finienti ad rectos angulos. Per hoc autẽ absurdũ, & grauẽ superficiem, vt materiam propositionis quomodo supradiximus, sequitur in sexto capite quadrationis parabolæ Archimedis, trangulum B C D in vno puncto E supersum manere, vt antequam à punctis B C soluerętur: hinc verò pedetentim per reliqua decem capita tandem concluditur, omnem parabolam sesquitertiam esse tranguli eadem ipsi basim, & eandem altitudinem habentis. Recte igitur Archimedes propositum demonstrauit, ita tamen vt nos hunc libellũ oron malè inscripsisse videamur. Quadrationem parabolæ per simplex falsum, graue scilicet planum, cum ille non per hoc tantum, sed & per grauium casus commentitios, quales, modo explicuimus: sed neque frustrà nostram hanc

qua-

quadrationem edidisse; quippe cum melior esse videatur demonstratio per vnum quàm per duplex absurdum, quorum alterum illud Archimedis proprium tanto est reliquo abstrusius, & captu difficilius, vt mirari non desinam cur Archimedes primo illud adiecerit, cum id quod sexto capite demonstrandum proponit, potuerit per solam superficiem grauem demonstrare. Age igitur defensus iam à suspicione erroris Archimedes aliud mortuus accipiat beneficium; sextamque illius propositionem per grauem superficiem duntaxat demonstremus.

Ijsdem igitur positis, quæ dicit ibi Archimedes. Dico triangulumB C D triplum esse grauis F. Facta enim C E dupla ipsius E B, ducatur E K ipsi B D æquè distans, sectaque E K bifariã in punto H ducatur recta A G H, & sit F plani centrũ grauitatis in puncto A. Quoniã igitur quod sumpsit Archimedes, & probat Federicus Commandinus, punctum H est centrũ grauitatis tranguli B C D, & A est magnitudinis F centrum grauitatis: iungit autem ea centra recta AH; erit centrum grauitatis plani F, & tranguli B C D simul in linea A H, ex primo de centro grauit. solid. Rursus quoniam B C, hoc est A B est tripla ipsius B E, estque vt A B ad B E, ita A G ad G H, propter æque distantes B G, E H; erit & A G ipsius G H tripla. Rursus quoniam graue compositum ex plano F, & triangulo B C D suspensum in puncto B proponitur ab Archimede manẽs, si latus B D congruat perpendiculo, quod nunc accipimus vt generaliter supra definitum, nihil solliciti de finiente, aut illius centro. Omnis autem grauis suspensi in vno puncto, & manen-



tis punctum suspensionis, & centrum grauitatis sunt in perpendiculo, vt colligitur ex lemmate superius demonstrato; grauis igitur compositi ex F, & triangulo B C D in linea B D erit centrum grauitatis: sed & in linea A H, vt modò ostendimus: in quo igitur se sc illæ secant puncto G. Cum igitur sint centra grauitatis A ipsius F, & H trianguli B C D, erit vt A G ad G H ita triangulum B C D ad graue F: sed A G est tripla ipsius G H; ergo & triangulum B C D erit ipsius F triplum. Quod demonstrandum erat.

Habes defensionem, quam promiseram: ea si tibi videbitur propositæ dubitationi satisfacere, spero fore vt cupidius ad lectionẽ incũbas nouæ istius rationis,cuius mihi ex cogitãdæ occasio fuit illa opinio,quam supra memoraui,& iam exposita demonstratione deleui. At cur meam quadrationem ausus sum edere, illa Archimedis tantopere approbata? quia non solum hæc noua cum illa veteri nihil habet commune præter genus scientiæ, quo varietas geometram magis delectet,& simplici falso innititur non multiplici, atque perplexo: sed & quia recta ad finem, non reflexa ex absurdo via perducitur. alię causę tibi legenti se ipsas patefacient. At vide quàm secundum tuam in hoc genere curiositatem me in id studium abdiderim, qui aliam eiusdem rei simplicem geometricam demonstrationem inueni, longè Archimedis secunda *expeditiorem*. Vtramque ergo ad te misi donum tuo magno ingenio si minus dignum, certe aliquam tibi delectationem in ista zagarolana hospitalissima tua amœnitate, qua te nunc Sirius detinet allaturum. Accipe igitur libenter exiguum istud magni in te amoris mei atque obseruantiæ, signum; deque eo quicquid existimaueris, romano veteri, columnioque candore mihi vt significes, eundemque vt ames, te vehementer oro. Vale.

Scripta iam epistola, pupugit me demonstratio, quam

ab

ab hinc viginti quatuor annis inueni, illius quod aliqui instar dignitatis assumere non dubitarunt, Grauium eiusdem generis pondera spatijs proportione respondere. Huius enim rei scientiam dignitas illa accersire videbatur, quam ad superiorem propositionem tertiam vsurpauimus, nimirum, Grauia eiusdem generis magnitudine æqualia, & pondere esse æqualia. Eam igitur demonstrationem tibi fore iucundam arbitratus exaraui, finemque ipsi proposui hac ratione.

PROPOSITIO.

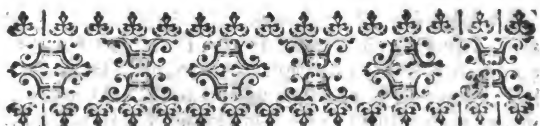
Grauium eiusdem generis pondera inter se sunt vt magnitudines.

Sint duæ magnitudines graues eiusdẽ generis AB, quarum alterius, vt A esto grauitas C: reliquæ verò B grauitas D. Dico esse vt A ad B ita C ad D. Sumptis enim E G multiplicibus vtcumque, E ipsius A, & G ipsius B ex quibus partibus æqualibus ipsi A constat magnitudo E, sint K L M, sit autem ipsius K grauitas N, & O ipsius L, & P ipsius M. Quoniam igitur pars K æqualis est magnitudini A, & est ipsins K grauitas N, erunt per dignitatem supra dictam æquè graues magnitudines A K: hoc est grauitas N æqualis erit grauitati C: eandemque ratione & O, & P æqualis eidem C; æquè multiplex igitur ipsius A erit magnitudo E composita ex partibus K L M, atque ipsius C grauitas F composita ex partibus N O P. Non aliter

K	L	M	
E	A	B	G
F	C	D	H
N	O	P	

osten-

ostenderemus, quàm multiplex est magnitudo G ipsius B, tàm multiplicem esse grauitatem H ipsius D. Rursus, quoniam si graue addatur graui, quod fit existet grauius: æqualia verò magnitudine grauia, & grauitate inter se sunt æqualia: grauium magnitudine inæqualium maius grauius erit. Si igitur magnitudo E sit maior magnitudine G, erit quoque grauitas F maior grauitate H, & si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Aeque autem multiplices E F sunt primæ, & tertiæ A C, & G H æquè multiplices secundæ, & quartæ C D vtcumque. Vt igitur A ad B ita est C ad D: Hoc est, Grauium eiusdem generis pondera inter se sunt vt magnitudines. Quod est propositum.



LVCAE VALERII QVADRATVRA PARABOLAE

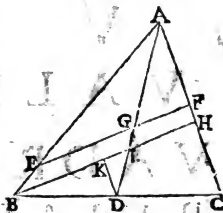


PROPOSITIO I.



Sià cuiuslibet trianguli vertice recta linea ad medium basis cadat, omnem aliam rectam lineam lateribus interceptam nec basi parallelam sic secabit, vt pars propinquior basi sit maior reliqua.

Sit quodlibet triangulum A B C, à cuius vertice A ad medium basis B C, cadat recta A D. altera autem lateribus A B, A C, intercepta E G F, non sit basi parallela, sed pars E G propinquior, quam G F. Dico E G, maiorem esse quam G F. Ducta enim B L H ipsi E F, parallela si opus erit, idest si punctum E non sit idem puncto B: ducatur in triangulo B C H ipsi C H parallela D K. Quoniam igitur A D concurrit cum A C in puncto A, punctum L, cadet in ipsa K H. Et quoniam ob parallelas D K, C H est vt B D ad D C, ita B K ad K H: est autem B D æqualis ipsi D C. & B K ipsi K H, æqualis erit, maior igitur B L quam L H: sed vt B L ad L H, ita est E G ad G F; nam recta A L in triangulo A B H secat E F, B H, parallela in punctis G, L; maior igitur E G erit quam G F. Quod demonstrandum erat.

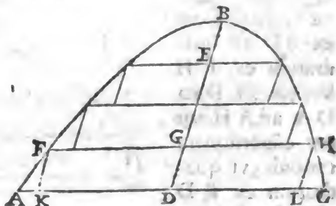


PROPOSITIO II.

Omnem parabolam diameter bifariam diuidit vtraque autem talium partium vocetur semiparabola.

Sit parabola A B C, cuius vertex B, diameter B D. Dico semiparabolas esse A B D, B C D. Nam parabolæ A B C, inscribatur figura ex parallelogrammos æqualium altitudinum deficiens à parabola minori spacio quancumque magnitudine proposita ita vt parallelogrammorum

morum bina latera diametro B D ſint parallela, vt F K, H L, parallelogrammi F H L K, cuius cum latus F H, baſi A C, parallelum à diametro B D ſectum bifariam ſit, vt in puncto G, atque adeo & latus K L bifariam in puncto D; erit parallelogrammum G K, dimidium K H, parallelogrammi: ſimiliter ſingula reliqua parallelogramma, quæ ſunt in figura A B D dimidia, erũt ſingulorum, in parabola A B C ſibi reſpondentium. Tota igitur figura E K figuræ A B D inſcripta totius figuræ K E L; parabolæ A B C, inſcriptæ dimidia erit. Deficit autem vtraque figura inſcripta à ſibi circumſcripta minori defectu quantacumque magnitudine propoſita; per tertiam igitur ſecundi de centro grauit. ſolid. erit figura A B D parabolæ A B C dimidia: diameter ergo B D parabolam A B C bifariam diuidit. Quod demonſtrandum erat.

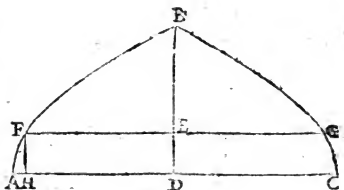


PROPOSITIO III.

Si duæ parabolæ æquales diametros habuerint indirectum inter ſe conſtitutas, & communem ordinatim applicatam; figuræ ex duabus ſemiparabolis compoſitæ diameter erit prædicta communis ordinatim applicata.

Sint duarum parabolarum, quarum vertices A, C

diametri A D, D C, inter se æquales: sitque A D C vna recta linea, communis autem ad vtramque diametrum ordinatim applicata sit B D. Dico figuræ A B C diametrum esse B D. sit enim in figura A B C, applicata quælibet recta linea F E G basi A C parallela, & ex puncto F, ducatur ad A D recta F H parallela ipsi B D. Quoniam igitur est vt quadratum ex B D ad quadratum ex F H hoc est ex E D, ita D A ad A H, erit per couersionem rationis, vt quadratum ex B D ad sui reliquum



dempto quadrato E D, ita A D ad D H, hoc est ad F E. Similiter ostenderemus esse vt quadratum ex B D ad sui reliquum dempto quadrato D E, ita C D ad E G; vt igitur A D ad F E, ita erit D C ad E G: & permutando vt A D ad D C, ita F E ad E G. Secat igitur B D ipsam F G, hoc est quamcumque applicatam in figura A B C basi A C parallelam bifariam in puncto E. Quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO IIII.

Omnem prædictam figuram diameter bifariam diuidit.

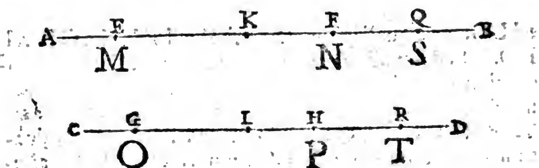
Huius Propositionis demonstratio à demonstratione secundæ nihil differt.

PRO-

PROPOSITIO V.

Si ſint duæ rectæ lineæ terminatæ: quotcumque autem magnitudinum centra grauitatis fuerint in vna earum, totidem ſint in altera: ſint autem & magnitudines, & partes prædictarum linearum, quæ à centris fiunt, binæ deinceps in eadem proportione, ſumpto ordine ab ijſdem terminis; centra grauitatis duarum magnitudinum cuiusque ex ijs, quæ ad eandem lineam pertinent compoſitarum centra grauitatis, prædictas lineas diuidunt in eaſdem rationes.

Sint duæ rectæ lineæ terminatæ A B, C D, ſectæ primum in ternas partes, vt A B in punctis E F, & C D in punctis G H. Sit autem E, centrum grauitatis magni-

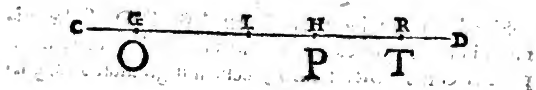


tudinis M, & F, ipſius N & G, ipſius O, & H ipſius P. Sit autem vt M ad N, ita O ad P. & vt A E ad E F, ita C G ad G H, & vt E F ad F B, ita G H ad H D. duarum autem magnitudinum M, N, ſimul ſit centrum

grauitatis

grauitatis K, quod inter centra E F cadet: duarum autem O, P, simul centrum grauitatis L, nempe in segmento G H. Dico esse vt A K ad K B, ita C L ad L D. Quoniam enim est vt N ad M, ita P ad O; sed vt N ad M, ita est E K ad K F, & vt P ad O, ita G L ad L H; erit vt E K ad K F, ita G L ad L H. Quare vt E F ad E K, ita G H ad G L: sed vt A E ad E F, ita est C G ad G H; ex æquali igitur erit vt A E ad E K, ita C G ad G L: & componendo vt A K ad E K, ita C L ad G L. Eadem ratione, & conuertendo erit vt K F ad B K, ita L H ad D L. sed vt E K ad K F, ita erat G L ad L H. & vt A K ad K E, ita C L





ad L G, ex æquali igitur erit vt A K ad K B, ita C L ad L D. Sed sint aliæ duæ magnitudines S, cuius centrum grauitatis Q, in segmento F B: & T, cuius centrum grauitatis R, in segmento D H. & vt N ad S, ita sit P ad T, & vt F Q ad Q B, ita H R ad R D. Dico duarum magnitudinum compositarum vnius M N S, alterius O P T, centra grauitatis rectas A B, C D, diuidere in easdem rationes. Quoniam enim diuidendo est vt K F ad F B, ita L H ad H D. Sed componendo est vt B F ad F Q, ita D H ad H R; ex æquali erit vt K F ad F Q, ita L H ad H R. Sed vt E K ad K F, ita erat G L ad L H; & vt A E ad E K, ita C G ad G L.

Posito

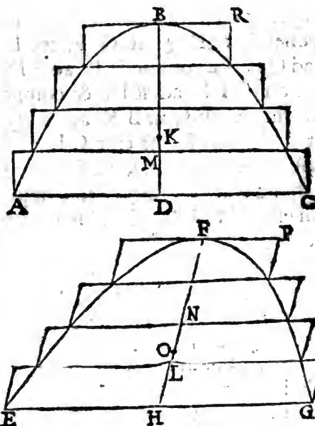
Poſito igitur vt F Q ad Q B, ita H R ad R D, ponitur neceſsario recta A B ſecta in centris E, F, Q, in eaſdem rationes, in quas recta C D in centris G, H, R, ſi ſegmenta deinceps bina ſumantur: tres autem magnitudines M N S, quarum centra grauitatis E F Q. ſunt tribus magnitudinibus O, P, T. proportionales, ſi binæ ſumantur: habemus igitur theorematis poſitionem. Quoniam igitur erat vt K F ad F Q, ita L H ad H R, erit componendo vt K Q ad Q F, ita L R ad R H. ſed vt F Q ad Q B, ita ponitur H R ad R D; vt igitur K Q ad Q B, ita erit L R ad R D. & componendo, & per conuerſionem rationis, vt B K ad K Q, ita D L ad L R: ſed vt A K ad K B, ita erat C L ad L D; ex æquali igitur erit vt A K ad K Q, ita C L ad L R. ſed & vt K Q ad Q B, ita erat L R ad R D; componendo autem & ex æquali eſt vt M N ſimul, cuius centrum K, ad S, cuius centrum Q, ita O P ſimul, cuius centrum L ad T, cuius centrum R; ſimiliter vt ante oſtenderemus, à centris grauitatis duarum compoſitarum magnitudinum M N S, & O P T duas rectas A B, C D, diuidi in eaſdem rationes. Quod ſi duarum aliarum magnitudinum ipſis S T, proportionalium centra grauitatis ſegmenta Q B, B D, diuiderent in eaſdem rationes. & hoc in infinitum, ſemper vt prius demonſtrando progrederemur, ſemper enim ad bina centra, & binas magnitudines, duas ſimplices, & duas compoſitas res redigeretur. Manifeſtum eſt igitur propoſitum.

PROPOSITIO VI.

Omnium parabolarum diametri à centris grauitatis ipſarum figurarum in eaſdem rationes diuiduntur.

Sint

Sint duæ parabolæ A B C, D E F, quarum diametri B D, F H, centra autem grauitatis K L, nempe in ipsis diametris. Dico vt B K ad K D, ita esse F L ad L H. Si enim hoc non est: sit minor proportio ipsius B K ad K D, quàm F L ad F H, & vt B K ad K D, ita sint F N ad N H, quare punctum L, infra punctum N, cadet. Et quoniam omnis parabola est figura circa diametrum in alteram partem deficiens, in qua tres quælibet sectiones basi parallelæ æqualia diametri segmenta intercipientes ita se habent vt minor sit proportio minimæ ad mediam, quàm mediæ ad maximam, vt colligitur ex demonstratione quintæ tertij de cent. grauit. solido. vnde per xxx1. secundi eorundem, cuique parabolarum A B C, D E F, figura quædam circumscribi poterit composita ex parallelogrammis æqualium altitudinum, cuius centri grauitatis distantia à parabolæ centro grauitatis minor sit quantacumque longitudine proposita; esto talis figura E P, circumscripta parabolæ E F G, cuius centrum grauitatis O, in segmentos N L cadat. nam ex eodem libro centrum O, dictæ figuræ E P, supra centrum L, parabolæ E F G, necessa-



necefsario cadet. Ex quot autem parallelogrammis conftat figura E P, ex totidem æqualium altitudinum parabolæ A B C circumfcripta figura fit A R, cuius fit centrum grauitatis M. Quoniam igitur omnium prædictorum parallelogrammorum ad diuerfas parabolas pertinentium bafes fecant diametros in eafdem rationes: funt autem earum bafium dimidiæ ad diametrum ordinatim applicatæ, quamobrem earum quadrata deinceps erunt prout inter fe refpondent, bina fumpta in eadem proportione; quadrata enim illa ex Apollonio inter fe funt, vt fegmenta diametri, quæ inter verticem & applicatas interijciuntur: ipfæ igitur quoque applicatæ, atque adeo ipfarum duplæ bafes parallelogrammorum & ipfa parallelogramma æqualium altitudinum, vtrobique deinceps erunt bina in eadem proportione: funt autem multitudine æqualia ea, quæ in figura A R, ijs, quæ in figura E P, & eorum centra diametros B D, F H, fumpto ordine à verticibus B, F, diuidunt in eafdem rationes; cum igitur totius figuræ A R, fit centrum grauitatis M: totius autem O P centrum grauitatis O; erit vt B M ad M D, ita F O ad O H. Sed maior eft proportio eft F O ad O H, quàm F N ad N H, hoc eft quàm B K ad K D; maior igitur erit proportio B M ad M D, quàm B K ad K D. & componendo maior proportio B D ad D M, quàm B D ad D K; erit igitur D M minor, quàm D K, & figuræ A R, centrum grauitatis propinquius bafi, quàm parabolæ A B C, centrum grauitatis. Quod eft abfurdum: non igitur minor proportio eft ipfius B D ad D K, quàm F L ad L H: eadem autem ratione, nec minor erit proportio F L ad L H, quàm B K ad K D; hoc eft non maior ipfius B K ad K D, quàm F L ad L H; vt igitur B K ad K D, ita erit F L ad L H. Quod demonftrandum erat.

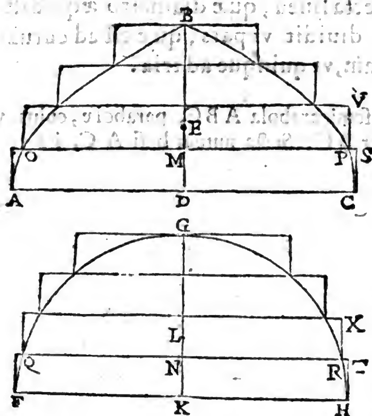
PROPOSITIO VII.

Omnis figuræ ex duabus ſemiparabolis compoſitæ, cuius diameter ſit ad vtriuſque parabolæ diametros æquales, & in directum inter ſe conſtitutas communis ordinatim applicata, centrum grauitatis eſt punctum illud, in quo dicta diameter ſic diuiditur, vt pars quæ ad verticem ſit ad reliquam vt quinque ad tria.

Sit figura A B C ex duabus ſemiparabolis compoſita, quarum vertices A, C, diametri autem parabolarum æquales, & indirectum inter ſe conſtitutæ A D, D C. Erit igitur B D, communis ad vtramque A D, D C, ordinatim applicata diameter figuræ A B C: quare in ea centrum grauitatis figuræ A B C, eſto illud E. Dico B E ad E D, eſse vt quinque ad tria. Expoſito enim hemiſphærio F G H, cuius axis G K, & in eo hemiſphærij centrum grauitatis L, baſis circulus circa diametrum F K H. figuræ A B C, & hemiſphærio figuræ circumſcribantur vni ex parallelogrammos: alteri ex cylindris æqualium altitudinum, & multitudine *paribus, ponatur autem* vtraque ſibi inſcriptam excedere minori exceſsu quantacumque magnitudine propoſita ſit autem parallelogrammum infimum A S, & conſequens O V, cuius baſis O P M, ipſi A C, parallela: infimus autem cylindrus F T, & conſequens Q X, cuius baſis circulus circa diametrum Q N R, communem ſectionem cum ſemicirculo per axem F G H, circulo circa F H parallelus. Quoniã igitur eſt vt quadratũ F K ad quadratum Q N, ita A D ad O M, hoc eſt vt quadratum F H ad quadratum Q R, hoc eſt vt circulus circa F H

ad

ad circulum circa Q R, ita A C ad O P, Sed & cylindri, & parallelogramma æqualium altitudinum inter ſe ſunt vt baſes: vt igitur cylindrus F T ad cylindrum Q X, ita erit parallelogrammum A S ad O V parallelogrammum. Eadem ratione erunt omnes cylindri, & omnia parallelogramma bina ſumpta, quæ inter ſe ordine reſpondent in eadem proportione. Quoniam igitur vtrorumque centra grauitatis



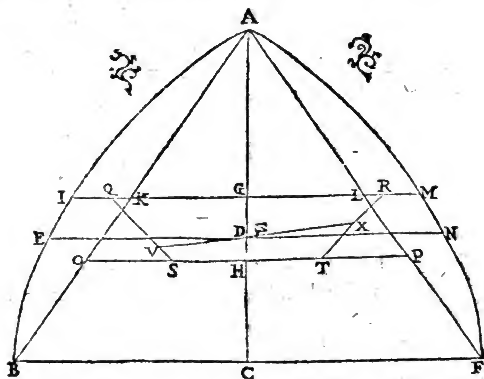
in diametro B D & axe G K exiſtentiã diametrum & axem neceſſario diuidunt in eaſdem rationes: ſuperant autem figuræ circumſcriptæ, figuram A B C, & hemiſphærium minori exceſsu quantacumque magnitudine propoſita; ſimiliter vt in antecedenti oſtenderemus hemiſphærij F G H, & figuræ A B C centra grauitatis E, L, diuidere ipſas B D, G K, in eaſdem rationes: quare vt G L ad L K, ita erit B E ad E D, ſed G L ad L K, eſt vt quin-

que ad tria per xxxiij. secundi de cent. grauit. solid. figuræ igitur A B C centrum grauitatis erit E. Quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO VIII.

Omnis semiparabolæ centrum grauitatis est in ea recta linea, quæ diametro æquidistans basim ita diuidit vt pars, quæ est ad curuam sit ad reliquam, vt quinque ad tria.

Esto semiparabola A B C, parabolæ, cuius vertex B, diameter B C. Secta autem basi A C, ita vt A D ad

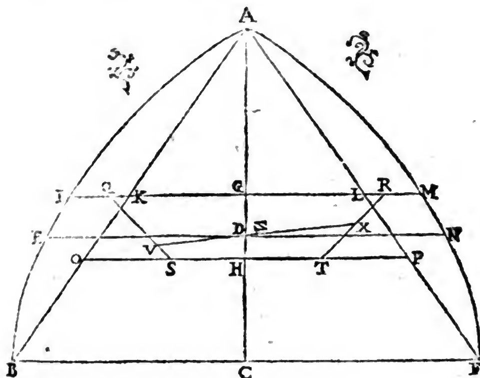


D C, sit vt quinque ad tria, ducatur diametro B C, æquidistans D E. Dico semiparabolæ A B C centrum graui-

grauitatis esse in ipsa DE. Si enim in ea non est, cadet vel supra, vel infra rectam DE. cadat infra vt punctum F. Posita igitur EF ipsi BC, in directum & æquali, vertice F, circa diametrum CF, per punctum A, describatur parabola, cui congrua sit semiparabola AFC: iunctisque AB, AF, sectaque AC bifariam in G, & posita AH, dupla ipsius CH, ducantur per ea puncta ipsi BF parallelæ IKGLM, OHP, secenturque bifariam OH in puncto S, & PH in puncto T: & positis centris grauitatis Q parabolæ AIB; & R, parabolæ AMF, quæ in diametris IK, LM cadent, iungantur QS, RT. Et quoniam per præcedentem D est figuræ ABF centrum grauitatis, V autem semiparabolæ ABC, recta DV producta occurret centro grauitatis reliquæ semiparabolæ AFC, in puncto quod sit X. recta autem VDX bifariam secetur in puncto Z. Quoniam igitur IG, parallela diametro BC secat AB bifariam in puncto K, erit ex conicis IK, diameter portionis AFB, similiter & LM, diameter portionis AMF. Quare ex primo decent grauitatis solidorum centra grauitatis QR, portionum AIB, AMF, erunt in ipsis IK, LM, vt igitur IQ ad QK, ita MR ad RL: & componendo, & permutando vt IK ad LM, ita QK ad LR. Sed IK, est æqualis ipsi LM, demptis nimirum æqualibus GK, GL; igitur QK, LR, æquales erunt, atque adeo tota GQ toti GR æqualis. Et quoniam dimidiæ æqualium inter se sunt æquales, & SH, HT æquales erunt. Rursus quoniam OH diuidit vtrumque latus AB, AC trianguli ABC, ita vt vtraque pars, quæ ad verticem sit dupla reliquæ: secta est autem OH bifariam in puncto S; erit trianguli ABC centrum grauitatis S. similiter trianguli ACF centrum grauitatis erit T. Cum igitur duarum semiparabolarum AIB, AMF centra grauitatis sint Q, R, erit semiparabolæ ABC

quod

quod ponitur centrum grauitatis V, in linea Q S. Similiter in linea R T centrum grauitatis semiparabolæ A F C, quod ponitur X. Rursus quoniam B F dupla est ipsius K L, minor erit O P, quàm dupla ipsius K L: dupla autem est O P ipsius S T; minor igitur S T erit quàm K L, & multo minor quàm Q R. secat autem ipsas Q R, S T,



parallelas bifariam recta G H; si igitur tres rectæ Q S, G H, R T, ad partes C producantur, conuenient in vno puncto, & triangulum constituetur: ipsis igitur Q S, R T, intercepta V X nec basi Q R parallela, secabitur a recta G H in partes inæquales, quod fit in puncto D: eritque maius segmentum D X, quod est propinquius basi: sed recta V X ponitur secta bifariam in puncto Z, quæ duarum semiparabolarum inter se æqualium, ex quibus constat figura B A F, iungit centra grauitatis V, X; totius igitur figuræ A B C, centrum grauitatis erit Z, extra figuræ

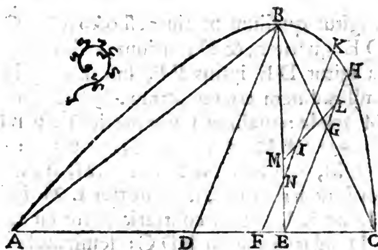
gura

guræ diametrum AC: vel cum ſit aliud eiuſdem figuræ centrum grauitatis D. Quorum vtrumque eſt abſurdum. Non igitur ſemiparabolæ A B C centrum grauitatis V, infra lineam DE cadet. Similiter neque ſemiparabolæ AFC, centrum grauitatis X, infra lineam DM, quare nec V, ſupra lineam DE cadet: ſed neque infra; in ipſa igitur DE, erit ſemiparabolæ ABC centrum grauitatis V. Quod demonſtrandum erat.

PROPOSITIO IX.

Omnis parabola ſeſquitertia eſt trianguli, eandem ipſi baſim, & eandem altitudinem habentis.

Sit parabola, & triangulum ABC, quorum communis vertex B, baſis A C. Dico parabolam trianguli eſse ſeſquitertiam. Ducta enim diametro B D, ſectaque DC,



bifariam in puncto E, fiat CF ad FD, vt quinque ad tria, & per EF, ducantur diametro BD parallelæ EGH, FK: & iungatur BNE. Eſto autem portionis AHC centrum grauitatis L, nempe in diametro GH. Et quoniam

niam ſemiparabolæ BCD centrum grauitatis eſt in ipſa FK, eſto illud in ea I: iuncta igitur recta LI, & producta occurret centro grauitatis trianguli BDC. eſto illud M. punctum igitur M in ipſa BE, cadet, eritque BE, tripla ipſius EM: & centrum M, in ſegmento BN: alioqui totius ſemiparabolæ BCD, centrum grauitatis extra ipſam KF, caderet, quod eſt abſurdum.

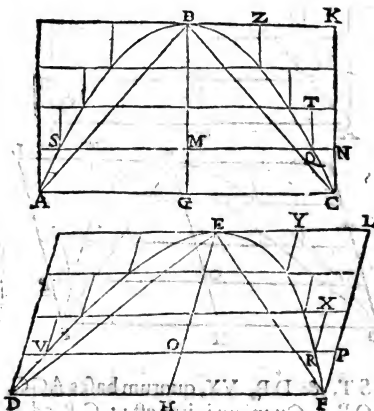
Quoniam igitur qualium partium eſt octo recta CD, talium eſt DE quatuor, & DF trium, talis erit EF vna: quadrupla igitur DE ipſius EF, hoc BE ipſius EN, propter ſimilitudinem triangulorum. ſed eadem BE eſt ipſius EM tripla: qualium igitur partium eſt BE duodecim, talium erit EM quatuor, & EN trium; quadrupla igitur EM, ipſius MN, hoc eſt LM, ipſius MI, & per conuerſionem rationis, ſeſquitertia LM ipſius LI. ſed vt ML ad LI. ita ex contraria parte eſt ſemiparabola BCD ad triangulum BDC; ſemiparabola igitur BCD ſeſquitertia eſt trianguli BDC. Similiter oſtenderemus ſemiparabolam BAC ſeſquitertiam trianguli ABD. tota igitur parabola ABC totius trianguli ABC ſeſquitertia eſt. Quod demonſtrandum erat.

PRO-

PROPOSITIO X.

Quælibet parabolæ inter se proportionem habent, eosdem ipsis vertices, & easdem bases habentium triangulorum.

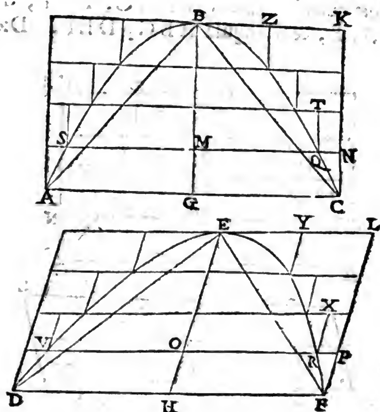
Sint duæ quælibet parabolæ ABC, DEF, quarum vertices A. E, & triangula ABC, DEF. Dico pa-



rabolam ABC ad parabolam DEF esse vt triangulum ABC ad triangulum DEF. Ductis enim diametris BG, EH, parabolis circumscribantur parallelogramma AK, DL, quorum latera CK, FL, sint parallela diametris BG, EH. Et sectis AK, DL, parallelo-

 grammis

grammis in parallelogramma æqualium altitudinum, & multitudine æqualia, figuræ A Z, D Y, ex parallelogrammis æqualium altitudinum circumſcribantur parabolis A B C, D E F, atque ita multiplicatis parallelogrammis ex ſectionibus ipſorum AK, D L, vt parabolas ſuperent minori exceſſu quantacumque magnitudine propoſita. Sint autem bina infima parallelogram-



ma A N, S T, & D P, VX, quorum baſes AGC, SMQ DHF, VOR. Quoniam igitur eſt vt G B, ad BM, ita HE, ad EO, propter ſectiones rectarum BG, EH. cum parallelogrammis A K, D L ſed vt G B, ad B M, ita eſt quadratum ex A G, ad quadratum ex SM, & vt H E, ad EO, ita quadratum ex DH, ad quadratum ex VO, vt igitur quadratum ex A G, ad quadratum ex S M, ita erit quadratum ex D H, ad quadratum ex VO, quare

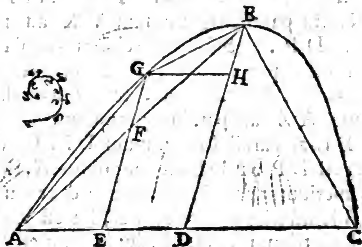
vt

vt AG, ad SM, ita erit DH, ad VO: & duplæ antecedentium ad duplas consequentium, vt AC, ad SQ, ita DF, ad VR. Sed vt AC ad SQ, ita est parallelogrammum AN ad parallelogrammum ST, propter æqualitatem altitudinum, & vt DF ad VR, ita est parallelogrammum DR ad VX, parallelogrammum; vt igitur parallelogrammum AN ad ST, parallelogrammum, ita erit parallelogrammum DP, ad VX, parallelogrammum, & conuertendo, vt paralellogrammum ST ad parallelogrammum AN, ita parallelogrammum VX ad parallelogrammum DP. Similiter reliqua omnia parallelogramma bina proportionalia esse ostenderemus. Componendo igitur gradatim, & ex æquali, erit vt tota figura AZ ad parallelogrammum AN, sic tota figura DL ad parallelogrammum DP. sed vt AN ad AK, ita est DP ad DL, æque enim AN, DP, ipsa AK, DL, metiuntur parallelogramma: & vt parallelogrammum AK ad triangulum ABC, ita est parallelogrammũ DL ad triangulum DEF, dupla enim est proportio vtrobique: ex æquali igitur vt figura AZ ad triangulum ABC ita figura DL ad triangulum DEF. Superant autem eæ figuræ ipsas parabolas minori excessu magnitudine proposita, quantacumque illa sit; per primam igitur secundi de centro grauit. solid. erit vt parabola ABC ad triangulum ABC, ita parabola DEF ad triangulum DEF. & permutando vt triangulum ABC ad triangulum DEF, ita parabola ABC ad parabolam DEF. Quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO. XI.

Omnis parabola sesquitertia est triangulo eandem ipsi basim, & eandem altitudinem habentis.

Sit parabola, & triangulum A B C, quorum communis vertex B, basis A C. Dico parabolam A B C trianguli A B C, esse sesquitertiam. Ducta enim diametro B D, sectaque A D bifariam in puncto F, ducatur vsque ad curuam ipsi B D parallela recta E F G, & compleatur parallelogrammum E G H D. Quoniam igitur est vt quadratum A D ad quadratum D E, hoc est ad quadratum G H, ita D B ad B H; quadruplum autem est A D qua-



dratum quadrati D E, dupla enim est A D ipsius D E quadrupla erit B D ipsius B H, & per conuersionem rationis B D ipsius D H, hoc est ipsius E G sesquitertia: dimidia est autem E F ipsius B D, propter similitudinem triangulorum A B D, A F E; dupla igitur E F ipsius F G & triangulum A F E, trianguli A G F, *duplum*. Sed & triangulum A G B est trianguli A G F duplum, dupla enim est A B ipsius A F; triangulum ergo A F E, triangulo A G B æquale. Sed triangulum A B D quadruplum est trianguli A F E propter eorum similitudinem, & duplum latus A D lateris A E homologi; triangulum ergo A B D trianguli A C B quadruplum erit: triangulum ergo A B C trianguli A C B octuplum: igitur per præcedentem, quoniam B G, sunt vertices parabolarum, & triangulorum ipsis inscriptorum A B C, A G F, parabola ABC,

portio-

portionis A G B, octupla erit. Similiter ostenderemus parabolam A B C, portionis B K C, octuplam esse. æqualis igitur est portio A G B, portioni B K C, & parabola ABC quadrupla vtriusque portionis A G B, B K C, simul. Igitur per conuersionem rationis parabola A B C, sesquitertia est trianguli A B C. Quod demonstrandum erat.

Cum hæc scripsissem operæ pretium esse existimaui, addere vnum axioma ijs, quæ posuimus in primo libro de centro grauitates solidorum, vt illud dictum à nobis in demonstratione propositionis xv. eiusdem libri his verbis; Erit D, centrum grauitatis totius grauis A B C, hoc est duorum A B B C simul, magis eluceat. axioma autem est eiusmodi.

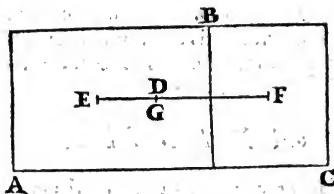
AXIOMA.

Si quodlibet graue secetur in duas partes vtcumque, continguas autem eas aliqua causa teneat alterius ad alteram situ non mutato, earum partium simul centrum grauitatis esse in eodem puncto, in quo fuerat centrum grauitatis priusquam diuideretur.

Hoc posito axiomate, esto graue A B C, cuius centrum grauitates D. Secto autem A B C, in duas partes A B B C, vtcumque, sint centra grauitatis E, ipsius A B, & F, ipsius B C: Et partium A B B C, situ non mutato, ab eo inquam, quem ante diuisionem inter se habebant, iungat puncta E F, recta, vel libra E F, ad cuius terminos suspensa sint grauia A B B C, secundum centra grauitates E F. Quoniam igitur duarum magnitudinum A B B C, ita suspensarum tanquam vnius compositæ centrum grauitatis

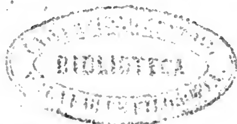
est in

eſt in libra E F, eſto illud G. Suſpenſa igitur libra E F, in puncto G, duo grauia A B B C, æquiponderabunt à longitudinibus E G G F. manentibus igitur partibus A B B C in æquilibrio, quoniam E F ſunt centra grauitatis partium A B B C, non mouebuntur eæ circa puncta E F, etiam ſi magnitudines, & corpora fingamus ſe mutuo penetrare poſse: eundemque habebunt ſitum inter ſe, quem ante diuiſionem. libra igitur A B, conne-



ctens duo grauia A B B C, ſecundum centra grauitatis E F, & æquilibrium partium A B B C, circa ſua centra grauitatis, vel libræ terminos E F, tanquam vna cauſa compoſita, duas partes A B B C, tenebit contiguas, in eodemq. ſitu, quem ante habebant, quam in eas A B C graue ſecaretur. per axioma igitur propoſitum, centrum grauitatis duorum A B B C, ſimul ita manentium, vt iam diximus, erit in puncto D, quod ponitur totius A B C, centrum grauitates. Rectè igitur poſt illa verba; Erit D centrum grauitatis totius grauis A B C, illud aſsumitur. Hoc eſt duorum A B B C, ſimul. quod ita diſtinctè idcirco explicui, quod propoſitionibus xv. & xxvij. prædicti libri reliqua omnis ſcientia grauium ſuſtentatur. Quod enim de parallelogrammo hic diximus, idem de parallelipopedo, quod in prædicta xxvij. aſſumitur diceremus.

Porro



Porro ex hoc theoremate, & VI, eorum, quæ posuimus in primo libro de centro grau. solid. colligitur ijsdem positis; Si partes A B B C parallelogrammi A B C suspensæ vt nunc secundum sua centra grauitatis in punctis E F, circa puncta E F conuersæ, in quouis alio situ relinquantur, quã in eo per quem nunc sunt continguæ, æquè ponderaturas. Sint enim alia duo grauia H, K ipsis AB BC æqualia alterum alteri, videlicet H ipsi A B, & K ipsi B C, cuiuscumq. figuræ. soluto autem A B, loco ipsius suspendatur graue H secundum suum centrum grauitatis in puncto E. Dein soluto B C pro ipso suspendatur graue K secundum suum centrum grauitatis in puncto F. Per supradictum igitur VI axioma grauia H K ab ijsdem longitudinibus E D D F æquè ponderabunt. Per idem igitur VI axioma, si pro ijs iterum suspendantur duo grauia A B B C secundum centra grauitatis, H in puncto E, & K in puncto F, nulla habita ratione situs figurarum A B B C circa puncta E, F, qualis ratio neque habetur in VI illo axiomate (libra enim nõ situ partium suspensi grauis, sed pondere grauatur) æquè ponderabunt. Si igitur partes contiguæ A B B C parallelogrammi A B C suspensæ secundum centra grauitatis in punctis E, F, à longitudinibus E D D F æquiponderent, etiam mutato situ earũ circa puncta E F, ab ijsdem EDDF longitudinibus æquè ponderabunt. Quod proponebatur. Idem autem similiter concluderetur de partibus parallelepipedi, quod assumpsimus in xxvij primi de centro grauitatis solidorum.

F I N I S.